

Introdução à Computação

Aulas 25/26 – Álgebra de Boole

Prof. Rogério Esteves Salustiano

- ✓ Circuitos Lógicos
- ✓ Atividade (Display de 7 segmentos)

Portas Lógicas e Circuitos Lógicos

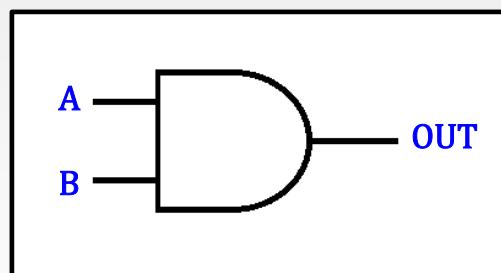
➤ Porta Lógica

- **Portas lógicas** são **circuitos digitais** utilizados para combinar **níveis lógicos digitais (0 ou 1, isto é, dois níveis de tensão)** de forma a produzir um **resultado lógico**
- As **portas lógicas** podem ser representadas por **símbolos**, os quais identificam as **operações lógicas** que estão sendo executadas de acordo com a **Álgebra de Boole**
- As **portas lógicas** podem ser implementadas em **hardware** através do uso de **transistores**

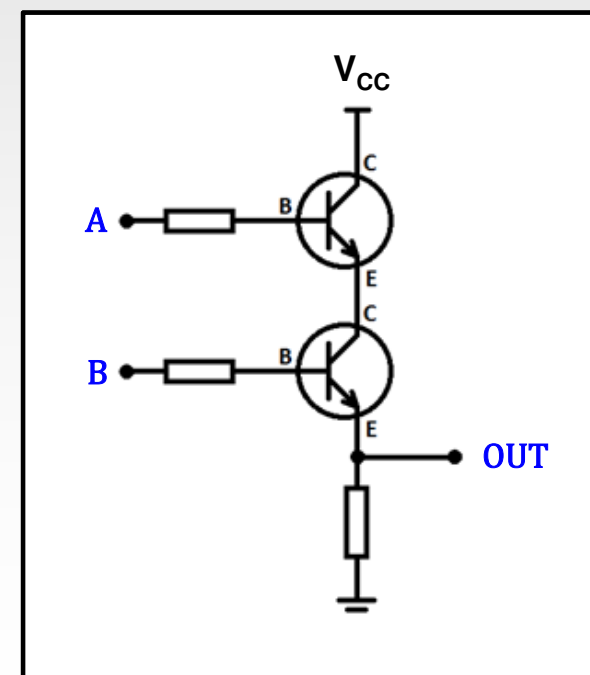
Operação **AND**

$$\text{OUT} = A \cdot B$$

Porta Lógica **AND**



Circuito transistorizado **AND**



Portas Lógicas e Circuitos Lógicos

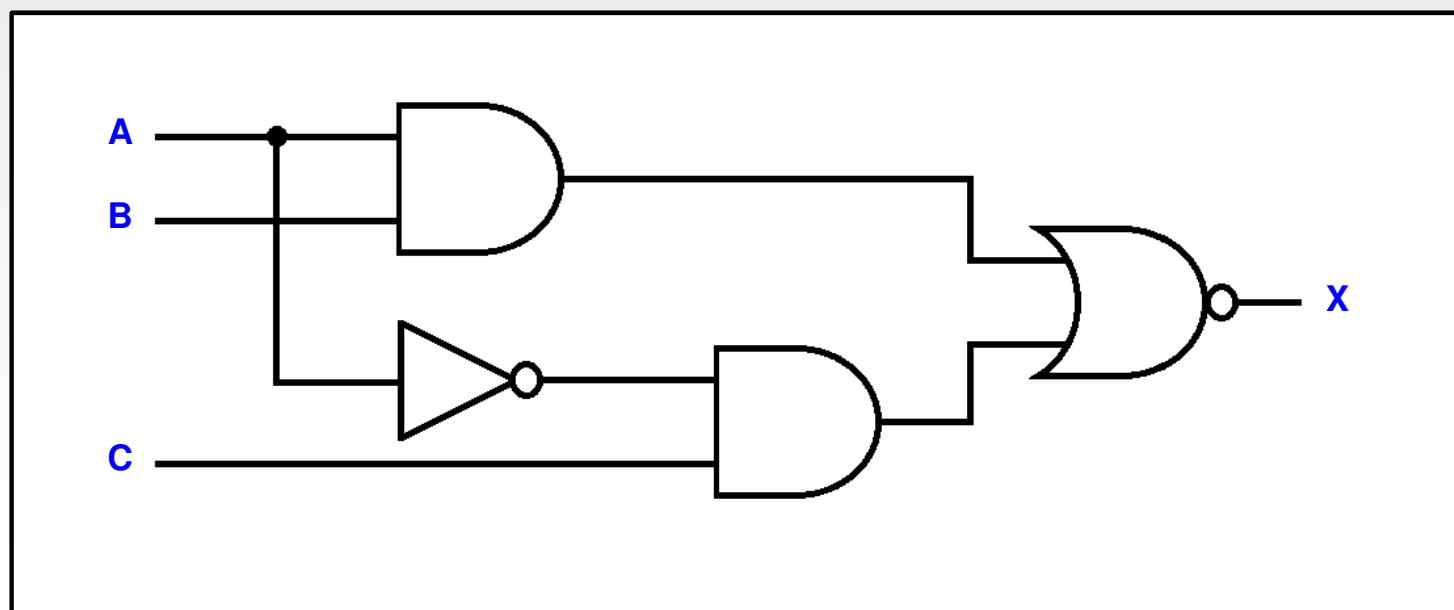
➤ Circuito Lógico

- Um **circuito lógico** é uma **combinação de portas lógicas** ligadas de forma a representar um **expressão booleana**

Expressão Booleana

$$X = \overline{AB + \bar{A}C}$$

Circuito Lógico

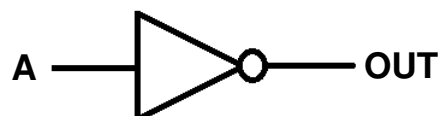


Símbolos das Portas Lógicas

NOT

(negação)

$$\text{OUT} = \bar{A}$$

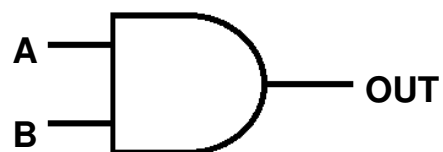


A	\bar{A}
0	1
1	0

AND2

(conjunção)

$$\text{OUT} = AB$$

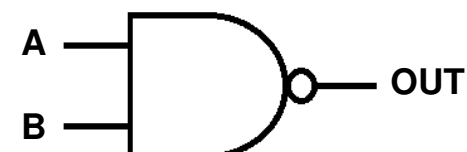


A	B	AB
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

NAND2

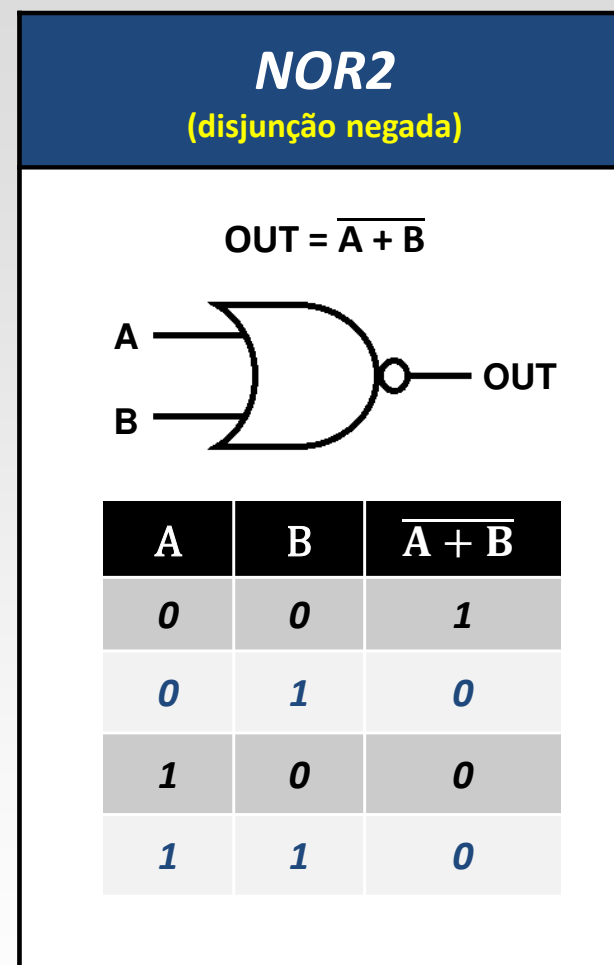
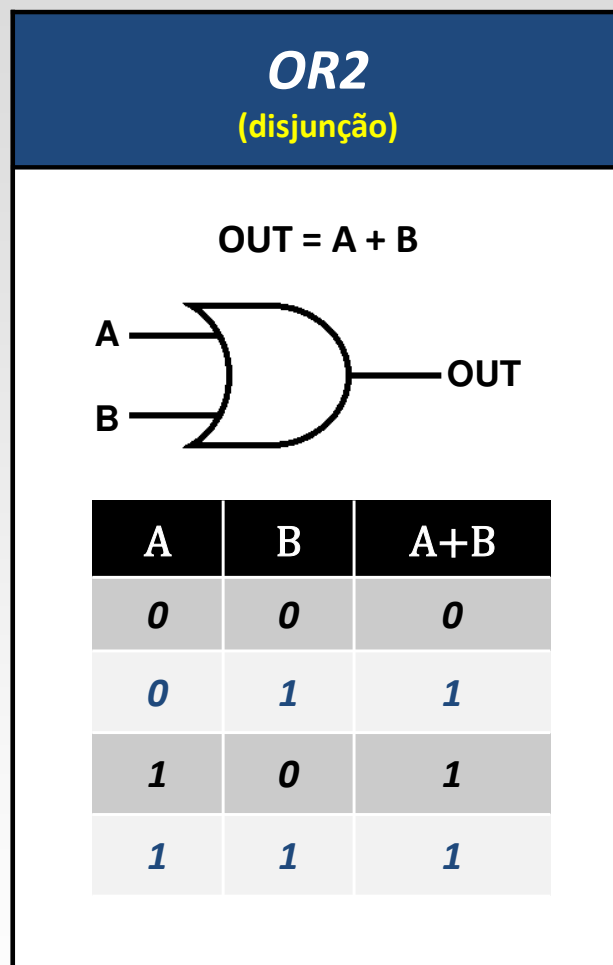
(conjunção negada)

$$\text{OUT} = \overline{AB}$$



A	B	\overline{AB}
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

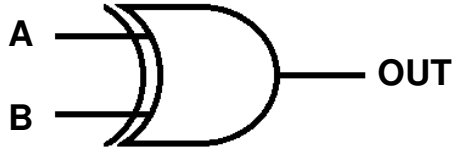
Símbolos das Portas Lógicas



Símbolos das Portas Lógicas

XOR2
(disjunção exclusiva)

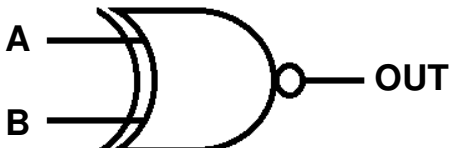
$OUT = A \oplus B$



A	B	$A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

XNOR2
(coincidência)

$OUT = \overline{A \oplus B}$ ou $A \odot B$



A	B	$A \odot B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Circuitos Lógicos

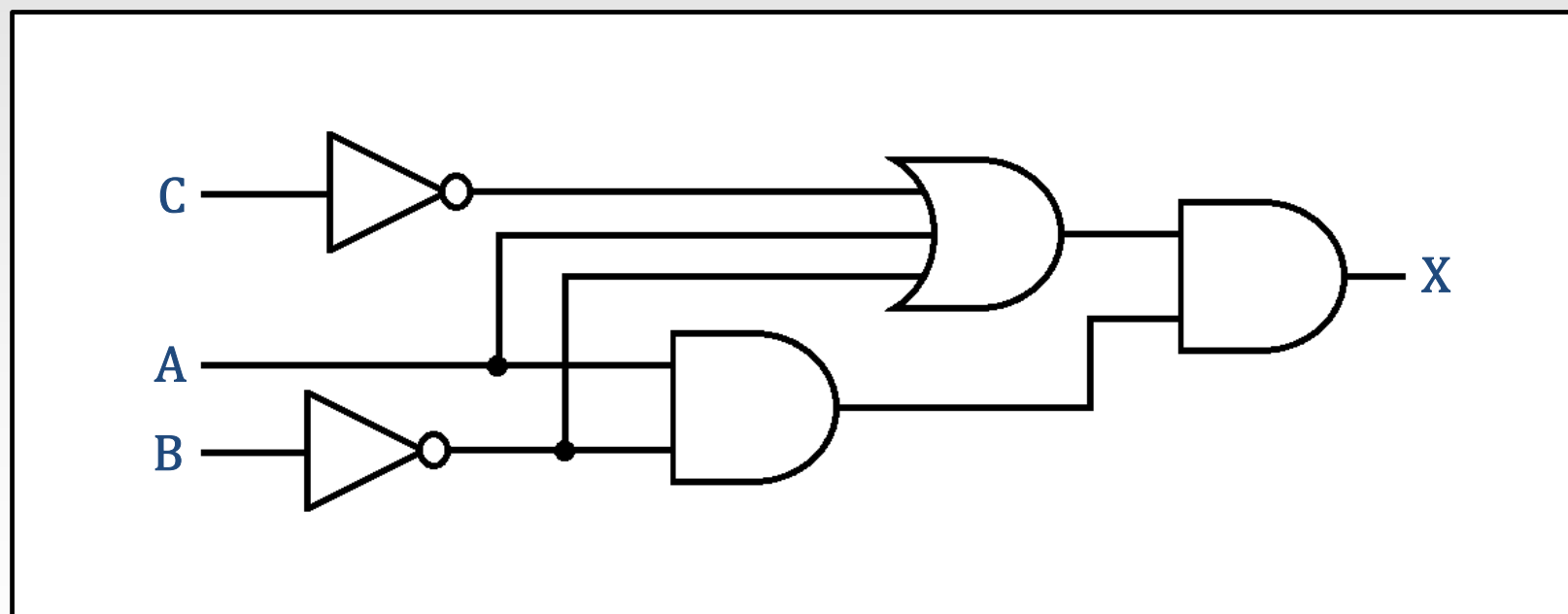
- Desenhe o circuito lógico equivalente à expressão booleana

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

Circuitos Lógicos

- Desenhe o circuito lógico equivalente à expressão booleana

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$



Circuitos Lógicos

- Desenhe o circuito lógico equivalente à expressão booleana

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

A simplificação da expressão booleana resulta em um circuito equivalente com menor quantidade de portas lógicas

Fatoração

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

Mintermos + Mapa de Karnaugh

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

Circuito Lógico

X	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
\bar{C}				
C				

X =

Circuitos Lógicos

- Desenhe o circuito lógico equivalente à expressão booleana

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

A simplificação da expressão booleana resulta em um circuito equivalente com menor quantidade de portas lógicas

Fatoração

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

$$X = A\bar{B} + A\bar{B}\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$X = A\bar{B} + A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$X = A\bar{B}(1 + 1 + \bar{C})$$

$$X = A\bar{B}(1 + \bar{C})$$

$$X = A\bar{B}$$

Mintermos + Mapa de Karnaugh

$$X = (A\bar{B})(A + \bar{B} + \bar{C})$$

$$X = A\bar{B} + A\bar{B}\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$X = A\bar{B} + A\bar{B} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$X = A\bar{B}(C + \bar{C}) + A\bar{B}(C + \bar{C}) + A\bar{B}\bar{C}$$

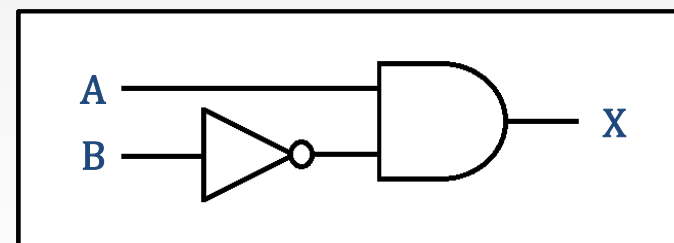
$$X = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$$

$$X = A\bar{B}C + A\bar{B}\bar{C}$$

X	$\bar{A}\bar{B}$	$\bar{A}B$	AB	$A\bar{B}$
\bar{C}				1
C				1

$$X = A\bar{B}$$

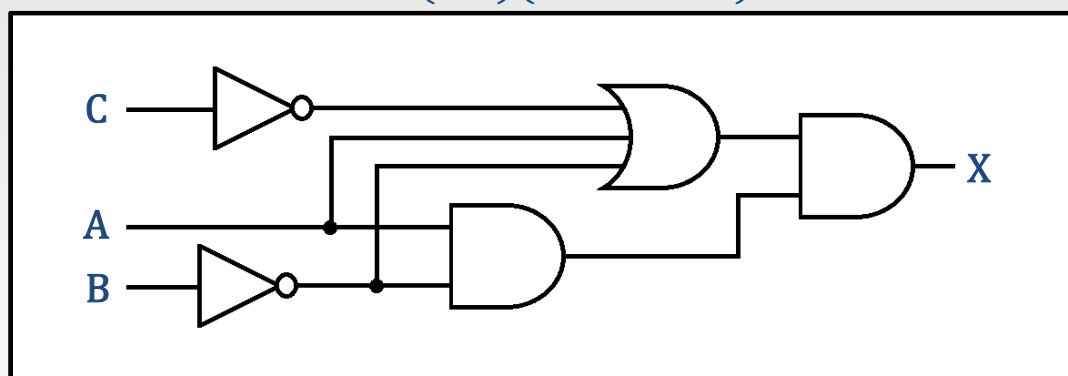
Circuito Lógico



Circuitos Lógicos

Os circuitos lógicos abaixo são equivalentes!!

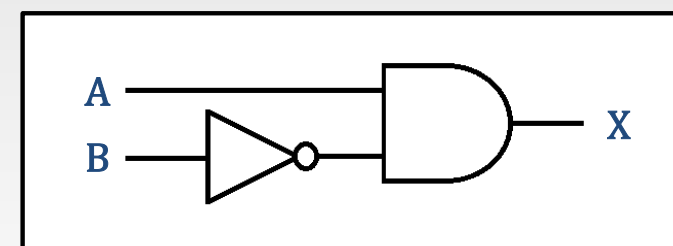
$$X = (\overline{A}B)(A + \overline{B} + \overline{C})$$



- 3 variáveis
- 5 literais
- 5 portas lógicas

$$X = A\overline{B}$$

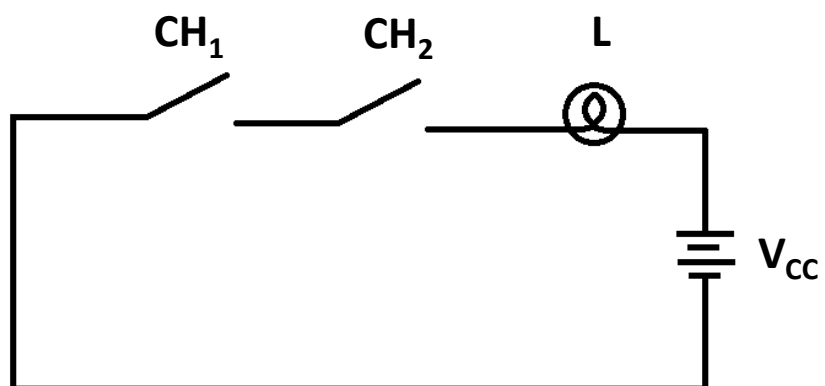
≡



- O valor de X não depende de C
- 2 variáveis
- 2 literais
- 2 portas lógicas

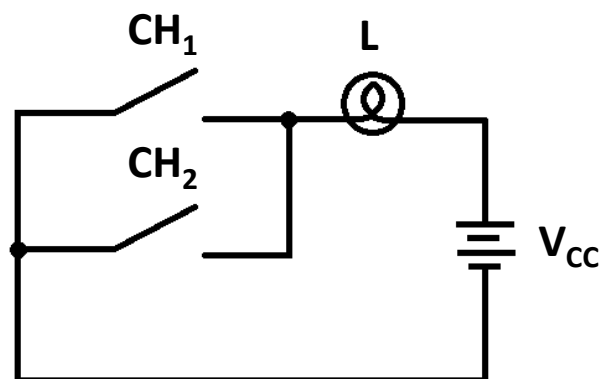
Portas AND e OR vistas como chaves (interruptores)

AND



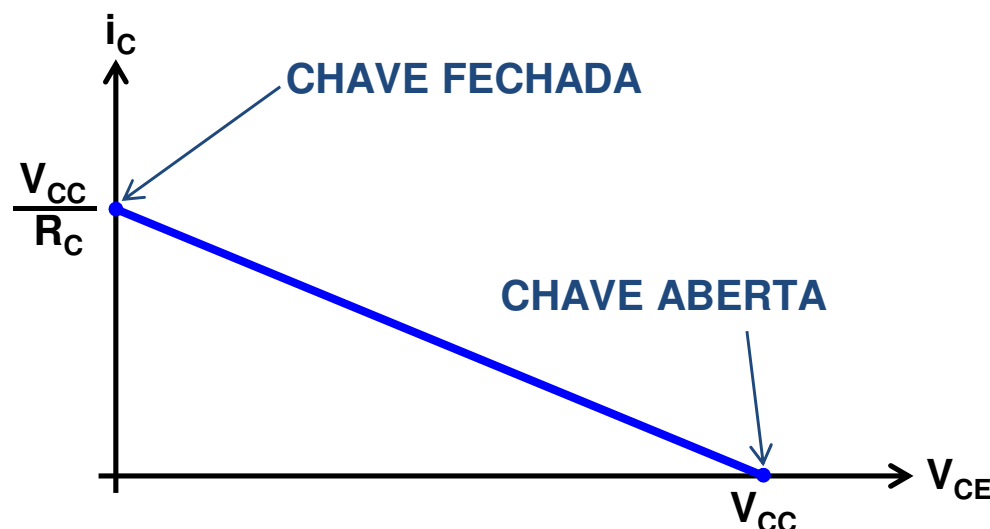
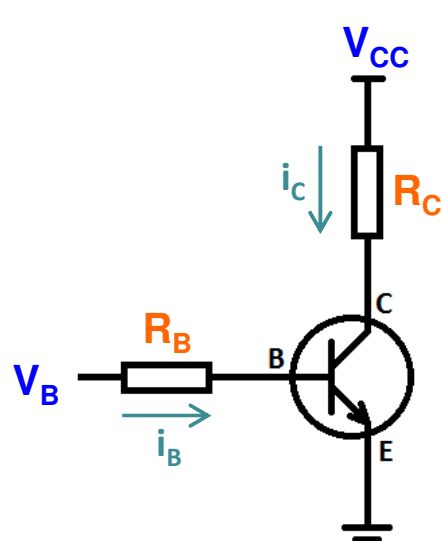
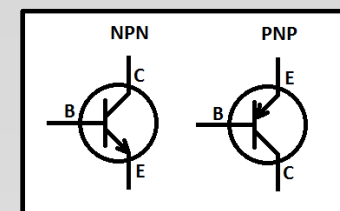
CH ₁	CH ₂	L
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

OR



CH ₁	CH ₂	L
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

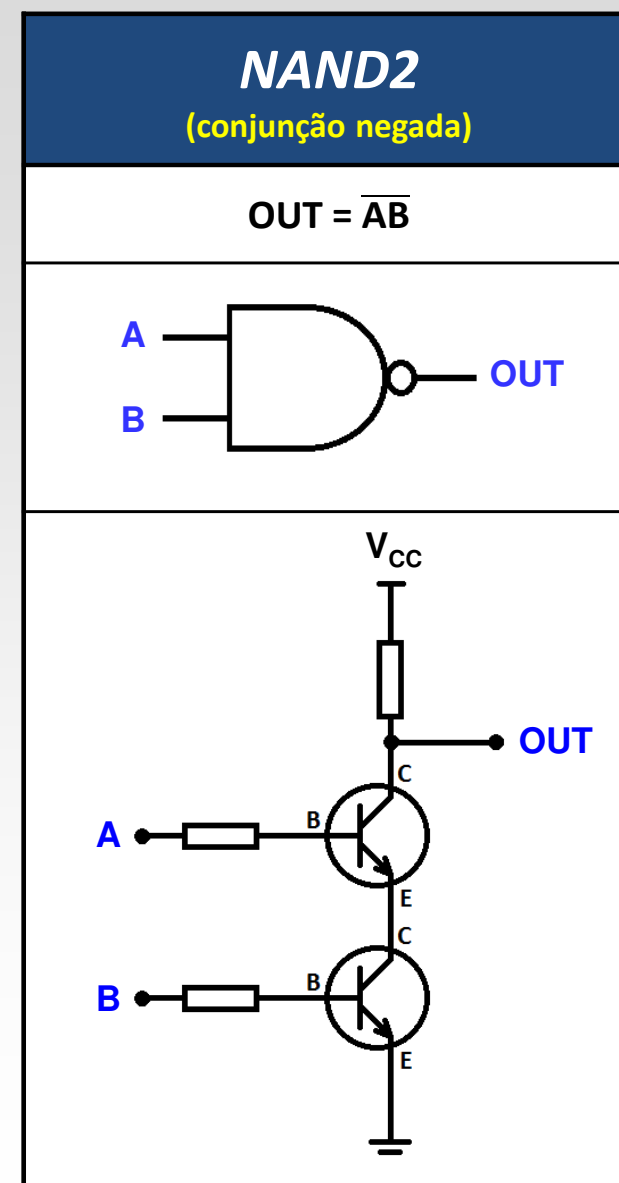
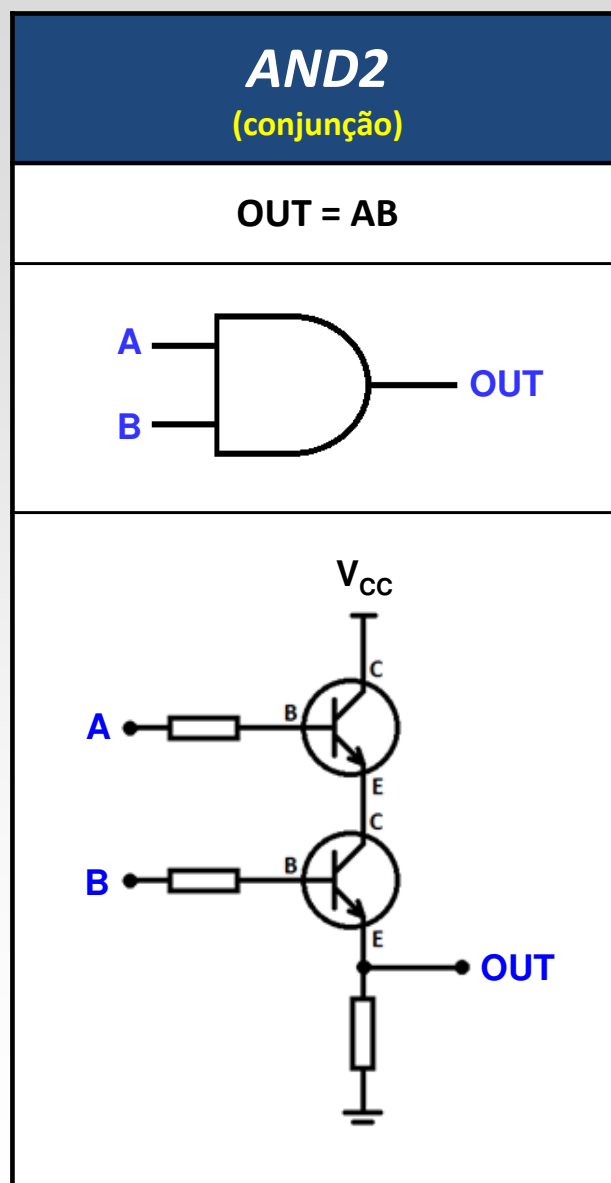
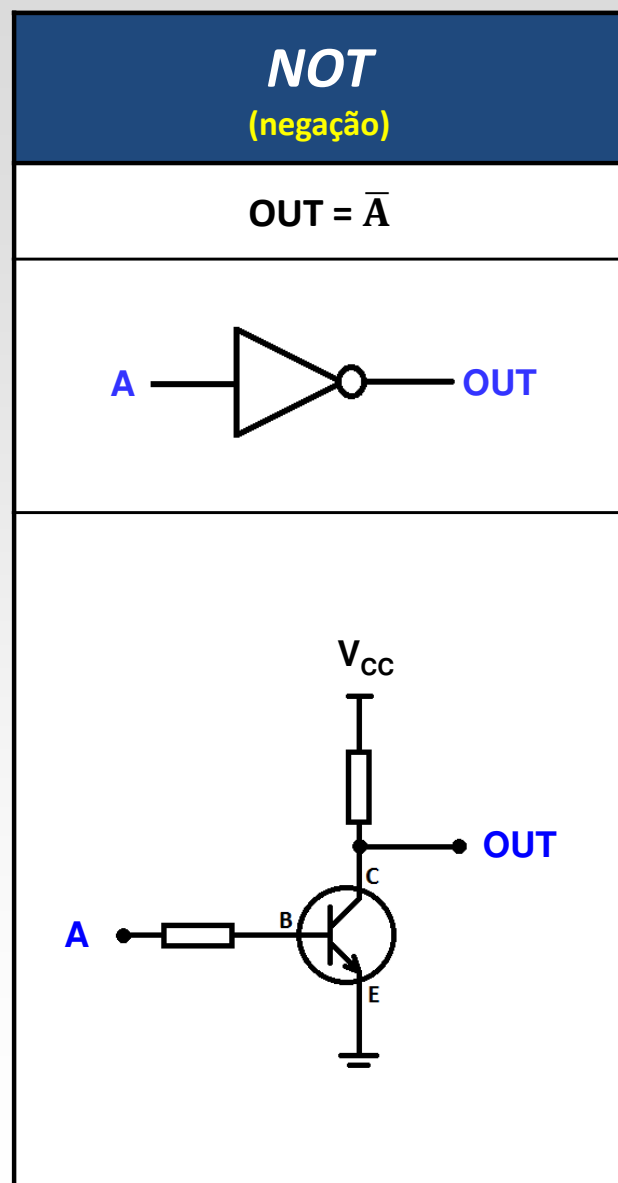
Transistor utilizado como Chave Eletrônica



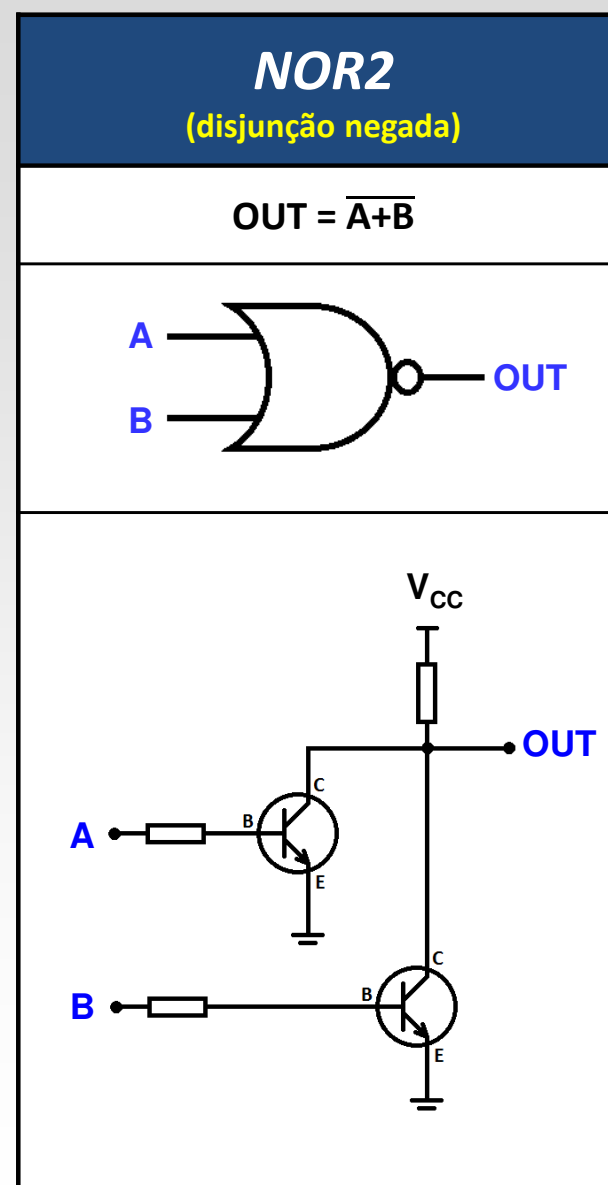
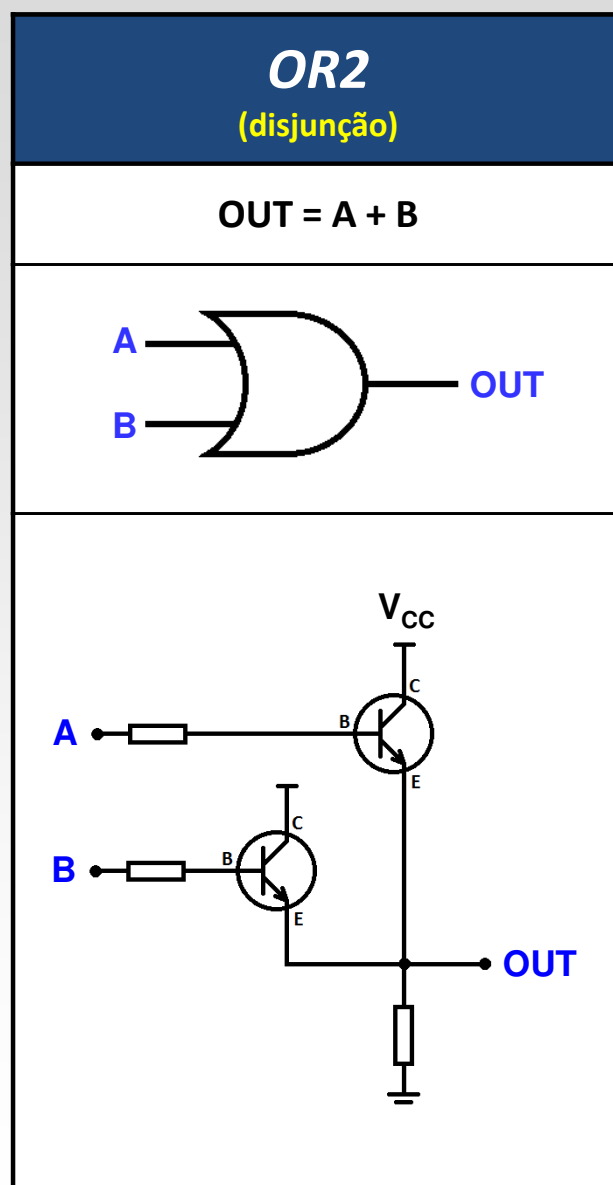
$$i_B R_B + V_{BE} - V_B = 0 \Rightarrow i_B = \frac{V_B - V_{BE}}{R_B}$$

Se a corrente da base (i_B) for maior ou igual à corrente de saturação da base, o transistor funciona como **CHAVE FECHADA** (ligada); caso contrário, o transistor funcionará como uma **CHAVE ABERTA** (desligada).

Transistor utilizado como Chave Eletrônica na implementação de Portas Lógicas

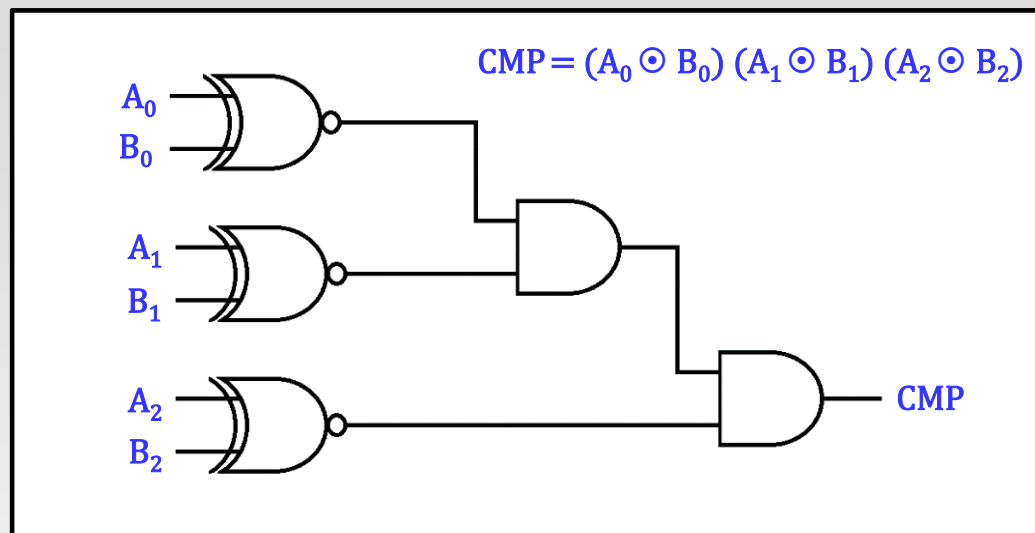


Transistor utilizado como Chave Eletrônica na implementação de Portas Lógicas

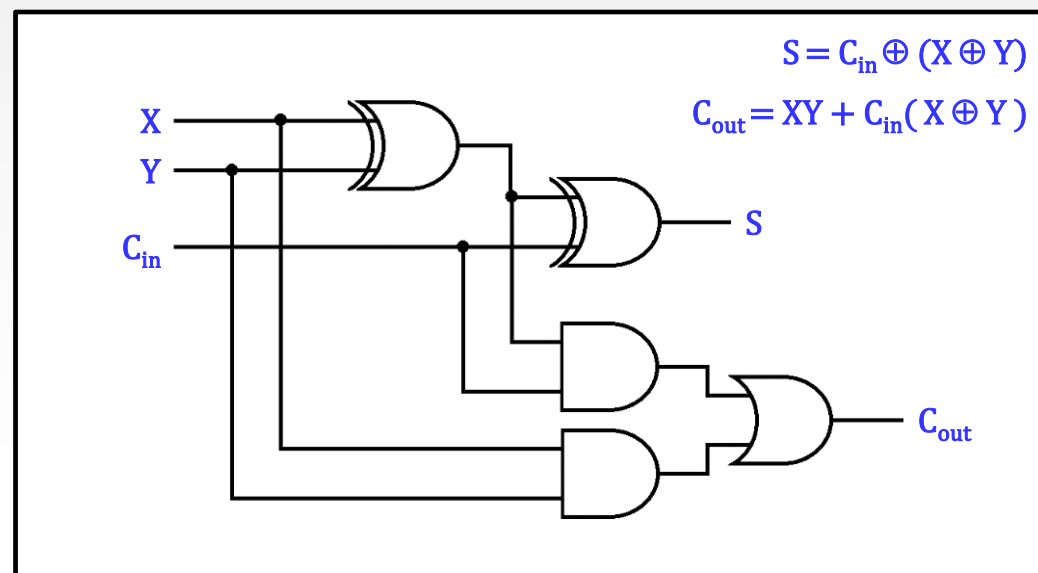


Circuitos Lógicos – Exemplos

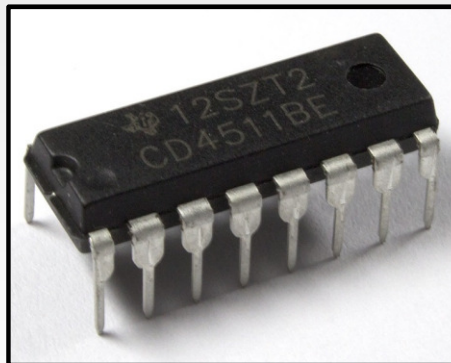
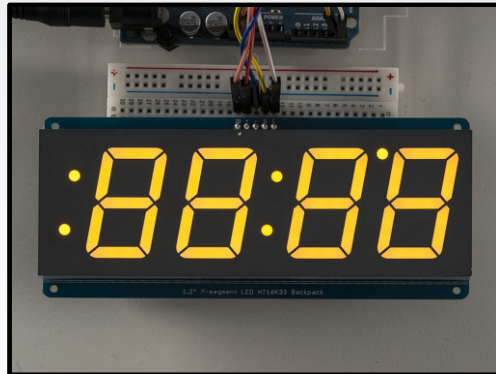
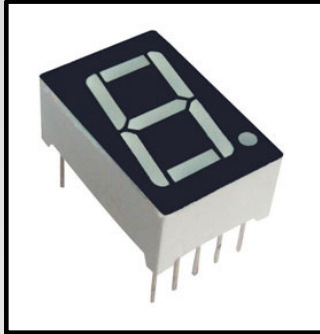
Circuito Comparador de 3 bits



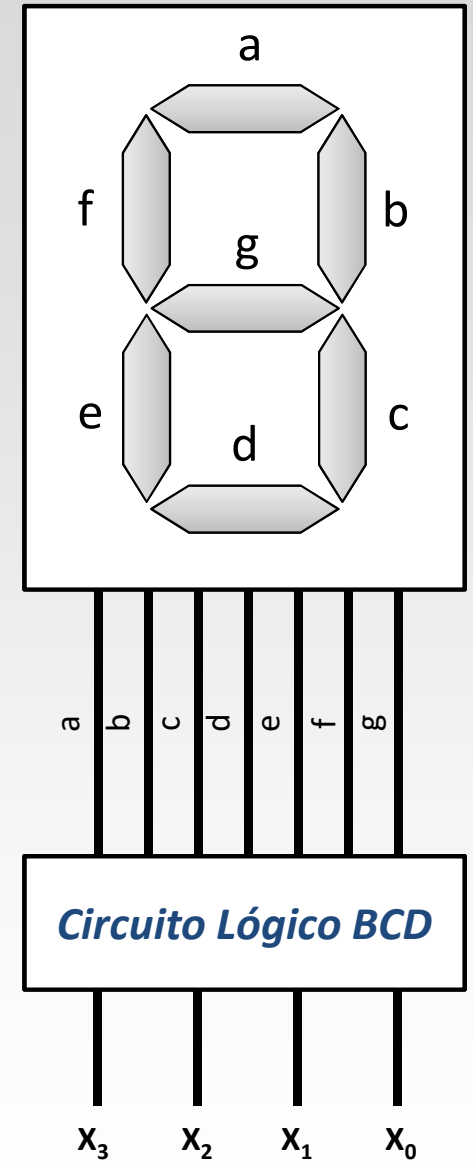
Circuito Somador Completo



Display de 7 Segmentos

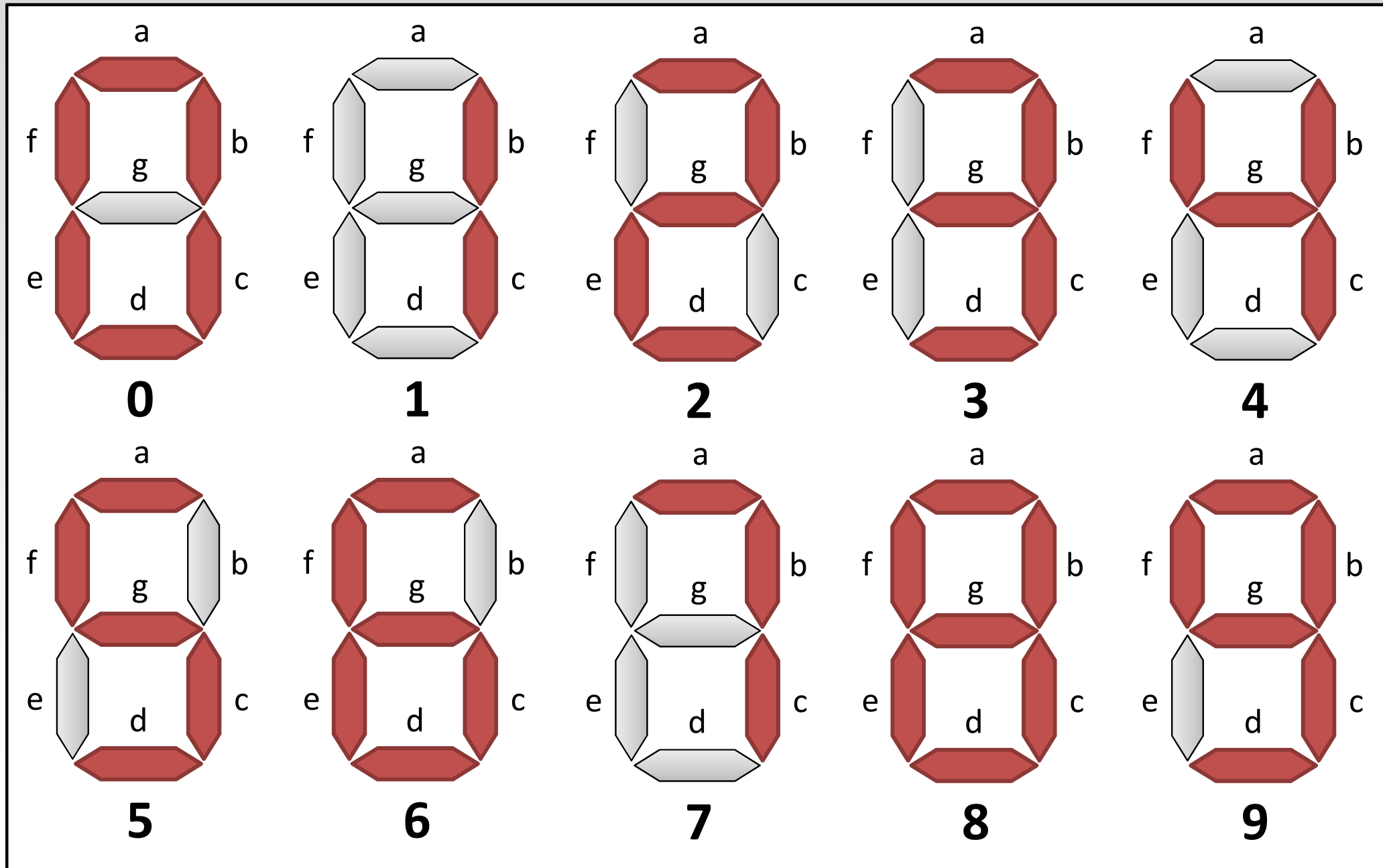


Circuito Integrado 4511
BCD* to 7-segment Decoder

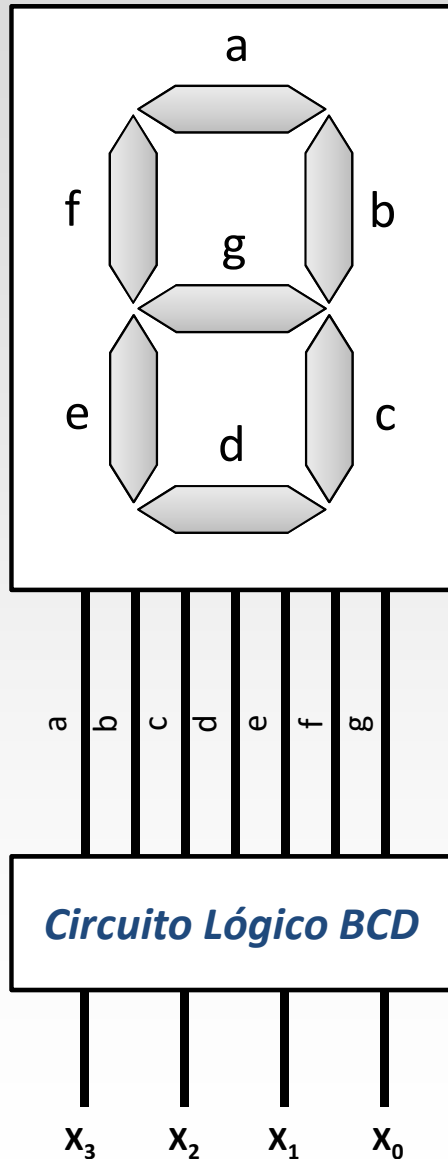


*Binary-coded decimal

Display de 7 Segmentos



Display de 7 Segmentos



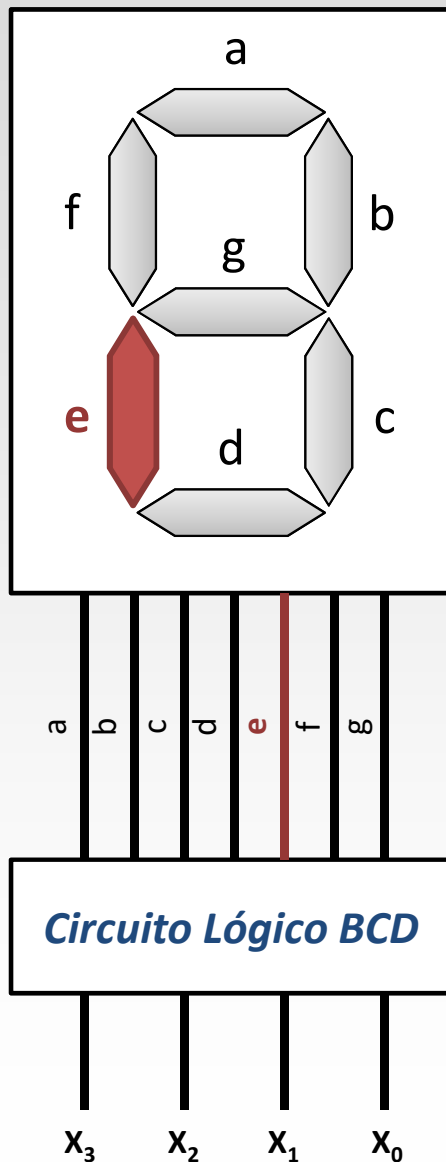
	X_3	X_2	X_1	X_0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	0							
1	0	0	0	1							
2	0	0	1	0							
3	0	0	1	1							
4	0	1	0	0							
5	0	1	0	1							
6	0	1	1	0							
7	0	1	1	1							
8	1	0	0	0							
9	1	0	0	1							

ATIVIDADE

- 1) Preencha a tabela verdade do Circuito Lógico BCD
- 2) Determine as expressões booleanas (*minterms*) para cada segmento do display de 7 segmentos
- 3) Simplifique as expressões booleanas utilizando o Mapa de Karnaugh
- 4) Desenhe o circuito lógico correspondente para o circuito BCD

Display de 7 Segmentos

Exemplo para o segmento *e*:



1) Tabela Verdade para o segmento *e*:

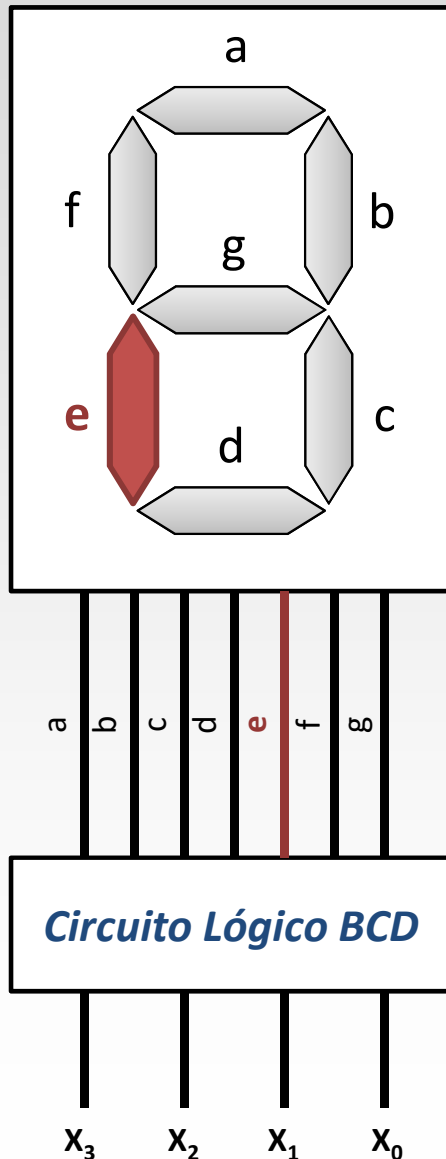
	X_3	X_2	X_1	X_0	<i>e</i>
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0

2) Expressão booleana (mintermos) para o segmento *e*:

$$e = \overline{X_3} \overline{X_2} \overline{X_1} \overline{X_0} + \overline{X_3} \overline{X_2} X_1 \overline{X_0} + \overline{X_3} X_2 X_1 \overline{X_0} + X_3 \overline{X_2} \overline{X_1} \overline{X_0}$$

Display de 7 Segmentos

Exemplo para o segmento *e*:



3) Mapa de Karnaugh para o segmento *e*:

$$e = \overline{X_3} \overline{X_2} \overline{X_1} \overline{X_0} + \overline{X_3} \overline{X_2} X_1 \overline{X_0} + \overline{X_3} X_2 X_1 \overline{X_0} + X_3 \overline{X_2} \overline{X_1} \overline{X_0}$$

<i>e</i>	$\overline{X_3} \overline{X_2}$	$\overline{X_3} X_2$	$X_3 X_2$	$X_3 \overline{X_2}$
$\overline{X_1} \overline{X_0}$	1		X	1
$\overline{X_1} X_0$			X	
$X_1 X_0$			X	X
$X_1 \overline{X_0}$	1	1	X	X

X = don't-care term

(estado sem valor definido; não importa o valor)

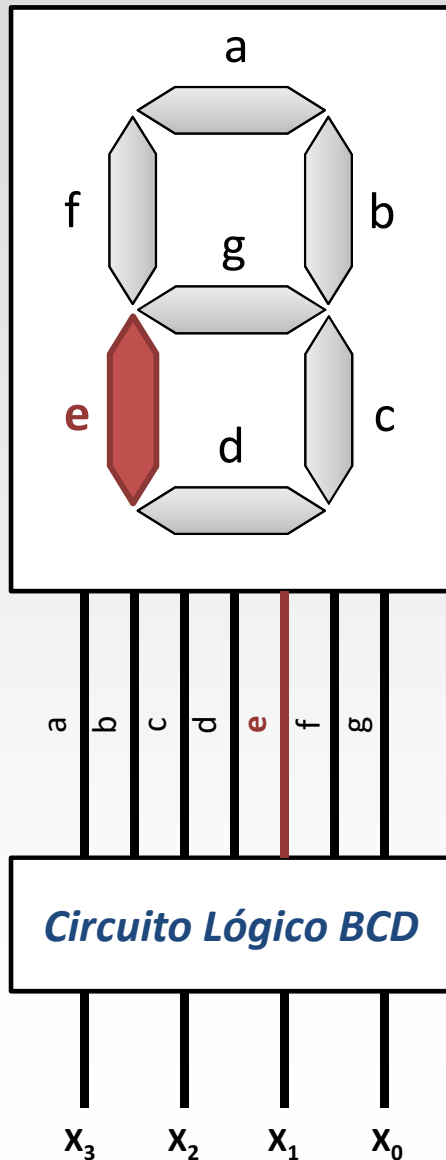
$$e = \overline{X_2} \overline{X_0} + X_1 \overline{X_0}$$

(expressão mínima para o segmento *e*)

Como foram utilizados don't-care terms na obtenção da expressão mínima, caso a entrada seja 1010_2 (10_{10}) ($X_3 \overline{X_2} X_1 \overline{X_0}$) ou 1110_2 (14_{10}) ($X_3 X_2 X_1 \overline{X_0}$), o segmento *e* também acenderá no display

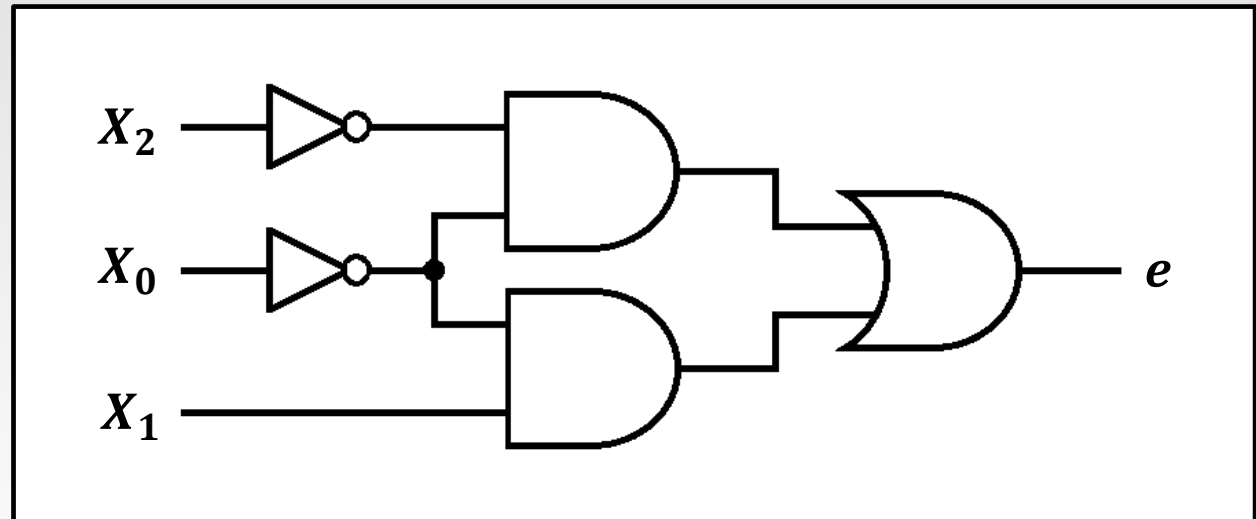
Display de 7 Segmentos

Exemplo para o segmento *e*:



3) Circuito Lógico para o segmento *e*:

$$e = \overline{X_2} \overline{X_0} + X_1 \overline{X_0}$$



Como foram utilizados don't-care terms na obtenção da expressão mínima, caso a entrada seja 1010_2 (10_{10}) ($X_3 \overline{X_2} X_1 \overline{X_0}$) ou 1110_2 (14_{10}) ($X_3 X_2 X_1 \overline{X_0}$), o segmento *e* também acenderá no display